«Текстовые задачи»

Содержание

Вступление

Всем нам хорошо известно то, что на данный момент при поступлении в высшие учебные заведения учитываются результаты ЕГЭ. С одной стороны это хорошо, а с другой стороны, так как в настоящее время очень большая конкуренция, при поступлении в ВУЗ, возникают и некоторые трудности. В первую очередь это, конечно же, качество тех знаний, которые учащийся может показать. Для того чтобы их продемонстрировать, ученик должен набрать как можно больший балл, а для этого необходимо иметь очень объёмную базу знаний. То есть, ученик должен быстро и четко выполнять разнотипные задания, уметь мгновенно находить связь между данными и неизвестными, учитывая все полученные положения, грамотно и ясно изложить свой ответ… и т. д.

Конечно же, чтобы все это уметь, ученик должен практиковаться в решении однотипных задач, четко знать все возможные варианты решения задач. Довольствуясь одними лишь школьными, базовыми знаниями, ученику будет очень нелегко справиться со всевозможными заданиями.

Текстовые задачи – довольно удобный способ подготовки. Они развивают логическое мышление, сосредоточенность, память, в общем, все то, что понадобится при сдаче экзаменов.

Решая задачу, прежде всего надо понять: что известно, что дано, в чем состоит условие. Затем, составить план решения задачи, который поможет найти связь между данными и неизвестными. Если же решение никак не проявляется, можно воспользоваться примерами, уже решенными . А иногда, лучше попробовать начать весь процесс заново, возможно что-то было упущено и без этого решение невозможно.

Сам процесс решения текстовых задач – очень интересен. Порою это больше похоже на поиски клада, чем на решение трудного примера. А ведь именно с этой проблемой сталкивается большинство выпускников, ведь подготовка – это очень долгий и трудоёмкий процесс. Но и она может стать намного интереснее, если превратить её в некую игру.

В своей работе я рассматриваю несколько типов текстовых задач.

1. Задачи на числовые зависимости

Пример 1.

Найти двузначное число, если известно, что цифра его единиц на 2 больше цифры десятков и что произведение искомого числа на сумму его цифр равно 144.

Решение

Всякое двузначное число можно записать в виде xy или в развернутом виде $10x + y$, где x – цифра десятков, а y – цифра единиц.

Кроме того, $0 < x \le 9$, $0 \le y \le 9$.

Если цифра единиц на 2 больше цифры десятков, то получим уравнение $y - x = 2$.

Так как по условию задачи произведение искомого числа на сумму его цифр равно 144, то получим:

$$(10x + y)(x + y) = 144.$$

Следовательно, имеем систему уравнений

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ (10x + y)(x + y) = 144. \end{cases}$$

Решая эту систему подстановкой, находим 2 решения:

$$\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -3\frac{2}{11}, \\ y_2 = -1\frac{2}{11}. \end{cases}$$

Вторая пара не подходит, так как x и y – целые положительные числа. Значит, искомое число 24.

Пример 2.

Числители трех дробей пропорциональны числам 1, 2, 5, а знаменатели соответственно пропорциональны числам 1 , 3, 7. Среднее арифметическое этих дробей равно $\frac{200}{441}$. Найти эти дроби.

Решение

Пусть x, $2x$, $5x$ – числители дробей (согласно условию задачи), y, $3y$, $7y$ – знаменатели дробей. Тогда искомые дроби имеют вид: $\frac{x}{y}, \frac{2x}{3y}, \frac{5x}{7y}$.

Из условия задачи имеем:

$$\left(\frac{x}{y} + \frac{2x}{3y} + \frac{5x}{7y}\right) : 3 = \frac{200}{441} \text{ или}$$

$$\frac{21x + 14x + 15x}{21y} : 3 = \frac{200}{441}, \quad \frac{50x}{63y} = \frac{200}{441}, \text{ откуда}$$

$\frac{x}{y} = \frac{200}{441} \cdot \frac{63}{50}$ или $\frac{x}{y} = \frac{4}{7}$ - I дробь, тогда $\frac{2x}{3y} = \frac{8}{21}$ - II дробь и $\frac{5x}{7y} = \frac{20}{49}$ - III дробь.

Ответ: $\frac{4}{7}, \frac{8}{21}, \frac{20}{49}$.

Пример 3.

Найти все трехзначные числа, каждое из которых обладает следующими свойствами: первая цифра числа в три раза меньше суммы двух других его цифр; разность между самим числом и числом, получающимся из него перестановкой двух последних его цифр, неотрицательна и делится на 81.

Решение

Пусть $xyz = 100x + 10y + z$ – искомое трехзначное число, где x – цифра сотен, y – цифра десятков, z – цифра единиц. Согласно условию, $3x = y + z$ и число $100x + 10y + z – (100x + 10z + y)$ делится на 81. Упрощая, имеем что $9(y – z)$ делится на 81, т. е. $y – z$ кратно числу 9. Так как y и z – цифры, то имеем две возможности:

1) $y – z = 0$ и 2) $y – z = 9$.

Если $y – z = 0$, то получим систему

$$\begin{cases} 3x = y + z, \\ y - z = 0, \end{cases}$$

откуда $3x = 2y$, что возможно при $x = 2$, $y = z = 3$, при $x = 4$, $y = z =6$ и при $x = 2$, $y = z =9$.

Соответственно получим числа 233, 466 и 699, удовлетворяющие условию задачи.

Если $y – z = 9$, то получим систему

$$\begin{cases} 3x = y + z, \\ y - z = 9. \end{cases}$$

Заметим, что II уравнение системы возможно только при $z = 0$, $y = 9$; тогда $x = 3$ и искомое число равно 390. Таким образом, получим всего 4 числа.

Ответ: 233, 390, 466, 699.

Пример 4.

Среднее пропорциональное двух чисел на 12 больше меньшего из этих чисел, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найти эти числа.

Решение

Пусть x – меньшее, а y – большее число. Пусть для определенности $x < y$, тогда первое условие задачи даёт $\sqrt{xy} = x + 12$, а второе условие даёт $\frac{x+y}{2} = y - 24$ или $y – x = 48$.

Следовательно, имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{xy} = x + 12, \\ y - x = 48. \end{cases}$$

Решая систему, находим $x = 6$, $y = 54$.

Так как $x < y$, то найденная пара (6;54) удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 6 и 54.

2. Задачи «на движение»

Пример 5.

Пешеход, идущий из совхоза не железнодорожную станцию, пройдя за первый час 3 км, рассчитал, что он опоздает к отходу поезда на 40 мин, если будет идти с той же скоростью. Поэтому остальной путь он прошел со скоростью 4 км/ч и прибыл на станцию за 15 минут до отхода поезда. Чему равно расстояние от совхоза до станции и с какой постоянной на всем пути скоростью пешеход пришел бы на станцию точно к отходу поезда?

Решение

Составим следующую таблицу:

Пешеход пришел бы на станцию	Расстояние, км	Скорость, км/ч	Время, ч
Точно	x	υ	$\frac{x}{\upsilon}$
С опозданием	$x-3$	3	$\frac{x-3}{3}$
С опережением	x - 3	4	$\frac{x-3}{4}$

Заметим, что 15 мин = $\frac{15}{60}$ ч = $\frac{1}{4}$ ч, а 40 мин = $\frac{2}{3}$ ч.

Тогда, уравнивая промежутки времени, записанные в I и II, в I и III строках. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x}{\upsilon} = \frac{x-3}{3} + 1 \\ \frac{x}{\upsilon} = \frac{x-3}{4} + 1 + \frac{1}{4}, \end{cases}$$

или, сравнивая первые части уравнений системы, имеем

$\frac{x-3}{3} + 1 = \frac{x-3}{4} + \frac{5}{4}$ или $4x - 12 + 4 = 3x - 9 + 15$, $x = 14$, тогда $\upsilon = \frac{14}{4} = 3{,}5$ (км/ч)

Ответ: 14 км; 3,5 км/ч.

Пример 6.

Велосипедист и пешеход вышли из пунктов «А» и «В», расстояние между которыми 12 км, и встретились через 20 мин. Пешеход прибыл в пункт «А» на 1 ч 36 мин позже, чем велосипедист в «В». Найти скорость пешехода.

Решение

Обозначим через x км/ч скорость пешехода. Тогда 12 км из «В» в «А» пешеход пройдёт за $\frac{12}{x}$ ч, а велосипедист это же расстояние из «А» в «В» на 1 ч 36 мин = 1,6 ч быстрее, т.е. за

$\left(\frac{12}{x} - 1{,}6\right)$ ч со скоростью $12 : \left(\frac{12}{x} - 1{,}6\right) = \frac{12x}{12 - 1{,}6x} = \frac{3x}{3 - 0{,}4x}$ км/ч.

Велосипедист и пешеход, двигаясь на встречу друг другу, расстояние 12 км прошлиза 20 мин = $\frac{1}{3}$ ч.

Составим уравнение: $\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\cdot\frac{3x}{3-0{,}4x}=12$ или $0{,}4x^2-20{,}4x+108=0$, $x^2-51x+270=0$,

откуда $x_1=6$, $x_2=45$.

Значение $x = 45$ невозможно, так как x – скорость пешехода (км/ч).

Ответ: 6 км/ч

Пример 7.

Найти длину поезда, зная, что он проходил с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течении 7 с и затратил 25 с на то, чтобы проехать с той же скоростью вдоль платформы длиной 378 м.

Решение

Пусть x – длина поезда, тогда скорость поезда мимо неподвижного пассажира = $\frac{x}{7}$ м/с, а

скорость поезда мимо платформы будет $\frac{x+378}{25}$ м/с.

Согласно условию задачи эти скорости равны, т.е. имеем уравнение $\frac{x}{7}=\frac{x+378}{25}$ или

$25x - 7x = 378 \cdot 7$, $18x = 378 \cdot 7$, откуда $x = 147$.

Следовательно, длина поезда 147м.

Ответ: 147 м.

Пример 8.

Моторная лодка прошла 5 км по течению и 6 км против течения реки, затратив на весь путь 1 ч. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найти скорость лодки по течению.

Решение

Пусть собственная скорость движения лодки равна x км/ч, где $x > 0$. Составим таблицу.

Величины	Процессы движения		Общие показатели
	по течению	против течения	
S, км	5	6	
v, км/ч	$x + 3$?	$x - 3$	
t, ч	$\frac{5}{x+3}$	$\frac{6}{x-3}$	1

Так как на весь путь моторная лодка затратила $\left(\frac{5}{x+3}+\frac{6}{x-3}\right)$ ч, а по условию на весь

путь затрачен 1 ч, то получим уравнение $\frac{5}{x+3}+\frac{6}{x-3}=1$,

$5(x-3) + 6(x+3) = x^2 - 9$,

$x \neq \pm 3$,

$5x - 15 + 6x + 18 = x^2 - 9$ или $x^2 - 11x - 12 = 0$, откуда $x_1=12$, $x_2=-1$ (не годится, так как $x > 0$).

Если $x = 12$, то $x + 3 = 15$. Итак, скорость лодки по течению реки 15 км/ч.

Ответ: 13 км/ч.

Пример 9.

Два пешехода вышли одновременно на встречу друг другу и встретились через 3 ч. 20 мин. Сколько времени понадобится каждому из них, чтобы пройти всё расстояние, если первый пришел в то место, из которого вышел второй на 5 ч позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый?

Решение

Так как в задаче нет никаких данных о пройденном расстоянии, то удобно всё расстояние принять за 1. Тогда скорость $\upsilon_1 = \frac{1}{x}$, а $\upsilon_2 = \frac{1}{y}$, где x часов – время в пути первого пешехода, а у – время второго пешехода.

Согласно условию задачи имеем систему уравнений

$$\begin{cases} 3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x} + 3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{y} = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{10}, \\ x - y = 5. \end{cases}$$

Решая полученную систему способом подстановки, получим $x = 10$, $y = 5$.

Ответ: 10ч; 5ч.

3. Задачи на «совместною работу»

Основными компонентами этого типа задач являются: а) работа А; б) время t; в) производительность труда(работа в единицу времени).

Пример 10.

Две бригады должны были закончить уборку урожая за 12 дней. После 8 дней совместной работы I бригада получила другое задание, поэтому II бригада закончила оставшуюся часть работы за 7 дней. На сколько дней II бригада убрала бы весь урожай быстрее I, если бы каждая бригада работала отдельно?

Решение

Обозначим весь урожай через 1. Пусть I бригада может убрать весь урожай за x дней, а II – за y дней.

Тогда производительность труда I бригады будет - $\frac{1}{x}$, а II - $\frac{1}{y}$ - это часть урожая, которую убирает каждая бригада ежедневно.

Согласно условию задачи имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ 8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 7\cdot\frac{1}{y} = 1; \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ \frac{8}{12} + 7\cdot\frac{1}{y} = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ 7\cdot\frac{1}{y} = \frac{1}{3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{28}, \\ y = 21; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}.$$

Итак первая бригада уберет весь урожай за 28 дней, а вторая за 21 день, т.е. вторая бригада справится с заданием на 7 дней раньше.

Ответ: 7 дней.

Пример 11.

Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн I труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем II?

Решение

Обозначим через x время наполнения бассейна I трубой. Заметим, что в каких единицах измеряется объём бассейна, в задаче не сказано. Следовательно, для решения задачи это не важно, и мы вместо условных единиц и обозначения V можем принять в принципе любое число, из которого самое удобное – 1. Составим таблицу.

Величины	Процесс заполнения бассейна		
	I трубой	II трубой	I и II вместе
V	1	1	1
N, 1/ч	$\frac{1}{x}$	$\frac{3}{x+3}$	$\frac{1}{2}$
t, ч	x ? на 3 часа меньше, чем	$x+3$	2

Для составления уравнения используем связь величин во II строке таблицы:

$N_I = N_{II} = N_{совм}$, т.е. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2}$; область определения уравнения $x \neq 0$, $x \neq$ -3.

Решая уравнение, находим $x_1 = 3$, $x_2 = -2$.

Заметим, что оба корня удовлетворяют области определения уравнения , но корень $x_2 = -2$ не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: I труба наполняет бассейн за 3 чача.

Пример 12.

Первому трактору на вспашку всего поля требуется на 2 часа меньше, чем третьему, и на 1 час больше чем второму. При совместной работе первого и второго тракторов поле может быть вспахано за 1 ч 12 мин. Какое время на вспашку поля будет затрачено при совместной работе всех трех тракторов?

Решение

Пусть x ч – время, необходимое для вспашки поля I трактору, y ч – II и z ч – III трактору.

Примем площадь всего поля за 1, тогда $\frac{1}{x}$ - производительность I, $\frac{1}{y}$ - II и $\frac{1}{z}$ - III трактора.

Согласно условию задачи имеем

$z - x = 2$ и $x - y = 1$.

Так как 1 ч 12 мин = $\frac{6}{5}$ ч, то за это время I трактор выполнит $\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{x}=\frac{6}{5x}$ часть работы, а

II - $\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{y}=\frac{6}{5y}$ - часть работы. Следовательно имеем уравнение $\frac{6}{5x}+\frac{6}{5y}=1$ или

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}.$$

Таким образом, задача сводится к решению системы уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} z-x=2, \\ x-y=1, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}; \end{cases} \begin{cases} z=x+2, \\ y=x-1, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}=\frac{5}{6}. \end{cases}$$

Решив III уравнение системы, находим $x_1=3$, $x_2=-0{,}4$ (не удовлетворяет условию задачи, так как $x>0$).

Если $x = 3$, то $z = 3 + 2 = 5$, и $y = 3 - 1 = 2$.

Следовательно, при совместной работе трех тракторов производительность труда составит $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{31}{30}$, тогда время на вспашку поля тремя тракторами составит $\frac{30}{31}$ ч.

Ответ: $\frac{30}{31}$ чача.

4. Задачи «на сплавы и смеси»

Пример 13.

Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение

Пусть было взято x граммов 30%-ного раствора, а 10%-ного – y граммов, тогда $x + y = 600$. Так как первый раствор 30%-ный, то в x граммах этого раствора содержится 0,3x грамма кислоты. Аналогично в y граммах 10%-ного раствора содержится 0,1y грамма кислоты. В полученной смеси по условию задачи содержится $600 \cdot 0{,}15 = 90$ г кислоты, следовательно, получим уравнение

$$0{,}3x + 0{,}1y = 90 \text{ или } 3x + y = 900.$$

Таким образом, имеем систему уравнений

$$x + y = 600,$$
$$3x + y = 900.$$

Вычитая из II уравнения I, получим

$$2x = 900 - 600;$$

Откуда $x = 150$, тогда $y = 600 - 150 = 450$.

Ответ: 150 г, 450 г.

Пример 14.

Вычислить массу и пробу сплава серебра с медью, зная, что сплавив его с 3 кг чистого серебра, получим сплав 900-й пробы (т. е. в сплаве 90% серебра), а сплавив с 2 кг сплава 900-й пробы, получили сплав 840-й пробы.

Решение

Пусть масса данного сплава x кг, в нем содержится у % серебра: 0,01 xy кг серебра находится в данном сплаве. (x + 3) кг - масса нового сплава, в нем содержится (0,01 xy + 3) кг серебра.

Так как новый сплав 900-й пробы, значит, в нем содержится серебра 0,9(x + 3)кг.

Следовательно, имеем уравнение $0{,}01\,xy + 3 = 0{,}9(x + 3)$.

(x + 2)кг – масса III сплава 840-й пробы.

В нем содержится 0,84(x +2) кг серебра. Но этот сплав состоит из x кг данного (0,01 xy серебра) и 2 кг 900-й пробы (1,8 кг серебра).

Получим второе уравнение:$0{,}01\,xy + 1{,}8 = 0{,}84(x + 2)$.

Таким образом имеем систему уравнений

$$\begin{cases} 0{,}01\,xy + 3 = 0{,}9(x + 3), \\ 0{,}01\,xy + 1{,}8 = 0{,}84(x + 2). \end{cases}$$

Вычитая из I уравнения системы II, получим

$3 – 1{,}8 = 0{,}9(x + 3) – 0{,}84(x + 2)$ или, упрощая, находим $x = 3$. Представив значение $x = 3$ в I уравнение системы, находим $y = 80$.

Значит данный сплав массой 3 кг содержит 80% серебра.

Ответ: Масса сплава № кг 800-й пробы.

Пример 15.

Имеется кусок сплава меди с оловом массой с12 кг, содержащей 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому сплаву, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение

Пусть x кг – масса олова, которую надо добавить к сплаву. Тогда получится сплав массой ($12 + x$) кг, содержащий 40% меди. Значит в новом сплаве имеется $\frac{12+x}{100}\cdot 40$ кг меди.

Исходный сплав массой 12 кг содержал 45% меди, т.е. меди в нем было $\frac{12}{100}\cdot 45$ кг.

Так как масса меди в первоначальном, и в новом сплаве одна и та же, то получим уравнение

$\frac{12+x}{100}\cdot 40 = \frac{12}{100}\cdot 45$ или $(12 + x)\,8 = 12 \cdot 9$, откуда находим $x = 1{,}5$. Следовательно, к исходному сплаву надо добавить 1,5 кг олова.

Ответ: 1,5 кг.

5. Задачи «на проценты»

Пример 16.

Если из 225 кг руды получается 34,2 кг меди, то каково процентное содержание меди в руде?

Решение

Если 225 кг – 100%, то 34,2 кг – x%, откуда

$x = 34{,}2 \cdot 100 : 225$ или $x = 15{,}2\%$.

Ответ: 15,2%

Пример 17.

Цену товара сперва снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15% и, наконец, после перерасчета произвели снижение её на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Решение

Пусть x руб. – первоначальная цена товара, что соответствует 100%. Тогда после I снижения цена товара будет $x - 0{,}2x = 0{,}8x$ (руб). После II снижения $0{,}8x - 0{,}15 \cdot 0{,}8x = 0{,}68x$ (руб), а после III снижения $0{,}68x - 0{,}68x \cdot 0{,}1 = 0{,}612x$ (руб).

Всего цена товара снизилась на

$x - 0{,}612x = 0{,}388x$ (руб).

Итак, x – 100%, $0{,}388x$ – y, откуда имеем

$y = (0{,}388x \cdot 100\%) : x = 38{,}8\%$

Таким образом, первоначальную цену товара снизили всего на 38,8%.

Ответ: 38,8%

Пример 18.

Антикварный магазин, купив два предмета за 225 000 руб., продал их, получив 40% прибыли. Что стоит магазину каждый предмет, на первом прибыли получено 25%, а на втором 50%.

Решение

Пусть I предмет куплен за x рублей, тогда II куплен за $(225000 - x)$ рублей. При продаже I предмета получено 25% прибыли. Значит он продан за $1{,}25x$ руб. Второй предмет, на котором получено 50% прибыли, продан за $1{,}5\,(225000 - x)$ руб. По условию общий процент прибыли (по отношению к покупной цене 225000 руб.) составлял 40%. Значит, общая сумма выручки была $1{,}40 \cdot 225000 = 315000$ руб.

Имеем уравнение $1{,}25x + 1{,}5\,(225000 - x) = 315000$.

Умножая обе части уравнения на 4, получаем

$5x + 6\,(225000 - x) = 315000 \cdot 4$, или $6x - 5x = 6 \cdot 225000 - 4 \cdot 315000$, откуда

$x = 90000$, тогда $225000 - x = 135000$.

Итак, I предмет куплен 90000 руб., II – за 135000 руб.

Ответ: 90000 руб., 135000 руб.

Пример 19.

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна $3\sqrt{5}$ м. Определите катеты, если известно, что после того, как один из них увеличить на $133\frac{1}{3}\%$, а другой на $16\frac{2}{3}\%$, сумма их длин сделается равной 14 м.

Решение

Пусть длины катетов – x метров и y метров. Так как гипотенуза равна $3\sqrt{5}$ м, то по теореме Пифагора получим уравнение $x^2 + y^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2$ или $x^2 + y^2 = 45$.

После увеличения на $133\frac{1}{3}\%$, т.е. на $133\frac{1}{3} : 100 = 1\frac{1}{3}$ своей длины, I катет станет равным $2\frac{1}{3}x$, а II катет после увеличения на $16\frac{2}{3}\%$ будет равен $1\frac{1}{6}y$.

Получим уравнение $2\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{6}y = 14$.

В итоге имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 45, \\ 2\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{6}y = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 45, \\ \frac{7}{3}x + \frac{7}{6}y = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 45, \\ 2x + y = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + (12 - 2x)^2 = 45, \\ y = 12 - 2x; \end{cases}$$

Откуда находим $x = 3$, $y = 6$. Значит катеты равны 3м и 6м.

Ответ: 3м, 6м.

Пример 20.

При выполнении работы по математике 12% учеников класса вовсе не решили задачи, 32% решили с ошибками , остальные 14 человек решили верно. Сколько учеников было в классе?

Решение.

Верно решившие 14 человек составляют:

100% - (12% + 32%) = 56% всех учеников класса.

Тогда общее число учеников класса будет равно

14 · 100 : 56 = 25 (учеников).

Ответ: 25

6. Задачи «на разбавление»

Пример 21.

Из бака, наполненного спиртом, вылили часть спирта и долили водой; потом из бака вылили столько же литров смеси; после этого в баке осталось 49 л чистого спирта. Сколько литров спирта вылили в первый раз и сколько во второй, если вместимость бака 64 л?

Решение

Если в первый раз вылили x л спирта, то осталось $(64 - x)$ л спирта. Когда долили бак водой, получили 64 л смеси спирта и воды, в которой содержится $(64 - x)$ л спирта. Затем x л спирта смеси вылили, значит, вылили и спирт.

$\frac{x(64-x)}{64}$ л спирта вылили во второй раз, $(64 - x)$ - $\frac{x(64-x)}{64}$ л осталось в баке.

Так как в баке осталось 49 л спирта, то можно составить уравнение:

$$(64 - x) - \frac{x(64-x)}{64} = 49 \text{ или } 64(64 - x) - x(64 - x) = 64 \cdot 49, \text{ или } (64-x)^2 = 64 \cdot 49,$$

Или $64 - x = \pm 56$, откуда $x_1 = 8$, $x_2 = 120$ (не удовлетворяет условию задачи).

Итак, в первый раз вылили 8 л спирта, а во второй $\frac{8 \cdot (64-8)}{64} = \frac{8 \cdot 56}{64} = 7$ (л) спирта.

Ответ: 8 л; 7 л.

Пример 22.

Сосуд емкостью 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из этого сосуда выпускают некоторое количество воздуха и впускают такое же количество азота, после чего опять выпускают такое же, как и в первый раз, количество смеси и опять дополняют таким же количеством азота. В новой смеси оказалось кислорода 9%. Определить, по сколько литров выпускалось каждый раз из сосуда.

Решение.

Пусть из сосуда выпущено x л воздуха, и введено такое же количество азота. В оставшемся количестве $(8 - x)$ л воздуха содержится $(8 - x) \cdot 0{,}16$ л кислорода. Это количество приходится на 8 л смеси, так что на 1 л приходится $\frac{(8-x) \cdot 0{,}16}{8}$ л кислорода.

Следовательно, когда вторично x л смеси заменяется x л азота, остающееся количество $(8 - x)$ л смеси содержит $\frac{(8-x) \cdot 0{,}16}{8} \cdot (8-x) = (8-x)^2 \cdot 0{,}02$ л кислорода. Значит, по отношению к общему количеству смеси (8 л) содержание кислорода составляет $\frac{(8-x)^2 \cdot 0{,}02}{8} \cdot 100 = \frac{(8-x)^2}{4}$. Согласно условию, получим уравнение $\frac{(8-x)^2}{4} = 9$, откуда

$(8-x)^2 = 36$, $8 - x = \pm 6$, т.е. $x_1 = 2, x_2 = 14$

Очевидно, что 14 л выпустить из сосуда, в котором было 8 л, невозможно. Значит, каждый раз из сосуда выпускали по 2 л смеси.

Ответ: 2 л.

Заключение

Конечно же, слово ЕГЭ у многих вызывает чувство страха и волнения. Но не стоит заранее настраивать себя на худшее. Всё что нужно, для удачной сдачи экзамена, это следовать простым правилам:

1. Настройтесь на успех!

Даже если для вас что то является сложным, и на первый взгляд невозможным, не стоит отчаиваться! Всё это лишь дело времени, вашего собственного труда и конечно же желания. Поставьте себе цель и идите к ней! Тогда у вас всё получится!

2. Постоянно тренируйтесь.

Наука покажется вам проще игры в прятки, если вы поймете то, что при постоянном тренинге можно достичь небывалых высот! Все что нужно, это почаще склоняться над книгой.

3. Создайте себе необходимое окружение.

Всегда тяжело готовиться к экзамену. Необходимо повторить, или даже изучить очень и очень многое. Иногда очень сложно запомнить сразу множество теорем или формул, а ведь математика на этом и строиться. Не пытайтесь сразу же овладеть всем материалом! Это невозможно! Вместо этого, попробуйте окружить себя этими знаниями. Напишите несколько формул на листе бумаги и положите его себе в карман. Изредка доставая его, просто прочтите и положите назад. Вот увидите, через пару дней таких простых тренировок, вы будете знать эти формулы, а что самое главное – видеть их при решении примеров.

4. Не ломайте голову в одиночестве!

Длинные, сложные примеры и задачи, порою становятся настоящим наказанием! Но если взяться за тот же пример, в компании со своим другом, то его решение может превратиться в настоящий марафон из многочисленных вариантов, предложенных то вами, то вашим напарником. Такую ситуацию уже не назовёшь скучной!

5. Внимательно читайте задание.

Иногда, ученик просто не может увидеть всего того, что предоставляет ему данное в задаче условие. Порою, ключ к её решению таиться не в сложнейших вычислениях, а в самом условии. Не стоит торопиться и спешить! Необходимо внимательно знакомиться с условиями!

6. Постоянно контролируйте свои действия.

Не отвлекайтесь от решения посторонними мыслями! Контролируйте каждый, написанный вами знак!