

Итоговая контрольная работа по математике 10 класс профильный уровень

Вариант 1

Ответом на задания В1-В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записывать в бланк ответов от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 21 учителю (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

В2. Семья из трех человек едет из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 660 рублей. Автомобиль расходует 8 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19,5 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих

В3. В правильный четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SO=15$, $BD=16$. Найдите боковое ребро SA .

$$\operatorname{tg} \frac{\pi(x+4)}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

В4. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+4)}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

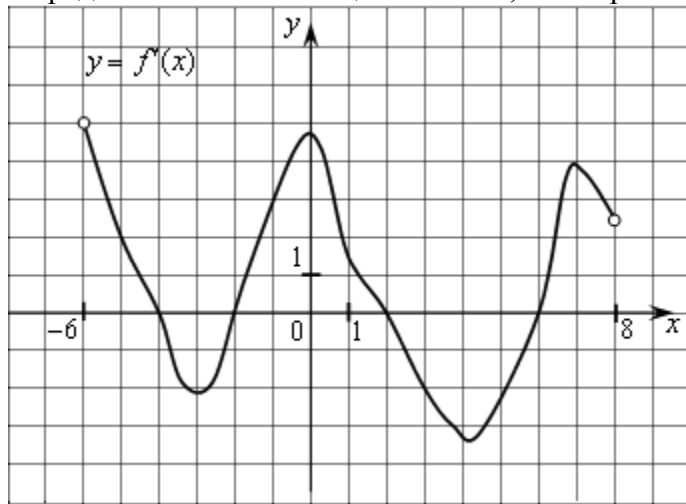
В5. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

В6. Найдите $26 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$.

В7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



В9. Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}$.

В10. Вычислите значение выражения $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + |x - 6|$, если $3,5 \leq x \leq 4,9$.

В11. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции $g(x) = \frac{x^3}{2x - 3}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

В12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[1; 4]$.

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания С1-С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 - 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

С2. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , $AB=AC=5, BC=8$. Высота призмы равна 3. Найдите угол между прямой A_1B и плоскостью BCC_1 .

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x - 3} \leq 1, \\ 25x^2 - 4|8 - 5x| < 80x - 64. \end{cases}$$

С4. Решите неравенство $\sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} \geq \sqrt{x^2 - 2x + 3}$.

С5. При каких значениях параметра a уравнение $a + x^3 - 3x^2 + 2 = 0$ имеет 2 корня?

Ответом на задания В1-В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записывать в бланк ответов от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

В2. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 400 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 50 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 10 рублей и рассчитан на окраску 200 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответе напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

В3. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M — середина ребра AB , S — вершина. Известно, что $BC=3$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка SM .

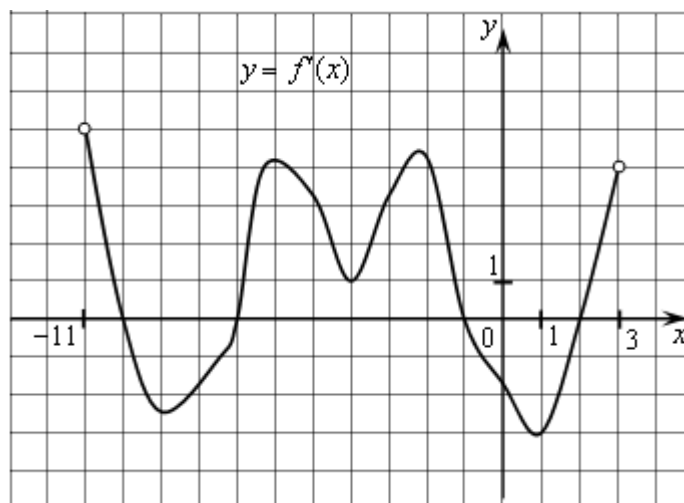
В4. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

В5. Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 50$ м вычисляется по формуле $A = FS \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

В6. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$.

В7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 3$ с.

В8. На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



В9. Найдите $3 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

В10. Вычислите значение выражения $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + |2x - 7|$, если $-0,5 \leq x \leq 2,9$

В11. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции $g(x) = \frac{2x+3}{3-2x}$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{1}{2}$.

В12. Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 11,5x^2 - 70x + 10$.

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания С1-С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sin x.$$

С1. Дано уравнение

а) Решите уравнение;

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

С2. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой $AB = 5$ и катетом $BC = \sqrt{5}$. Высота призмы равна $\sqrt{3}$. Найдите угол между прямой C_1B и плоскостью ABB_1 .

С3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \leq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4}$.

С4. Найдите нули функции $y = \sqrt{4 - 3\cos^2 \frac{\pi x}{2}} - (3 - 2x + x^2)$

С5. При каких значениях a функция $f(x) = x^3 + ax - 2x + 1$ имеет минимум в точке, принадлежащей отрезку $[1; 2]$

Ответом на задания В1-В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записывать в бланк ответов от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

В2. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 2 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 2 тонны щебня и 20 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2450 рублей, щебень стоит 620 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешевый вариант?

В3. Найдите расстояние между вершинами A и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.

$$\sin \frac{\pi(4x - 7)}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

В4. Решите уравнение . В ответе напишите наименьший положительный корень.

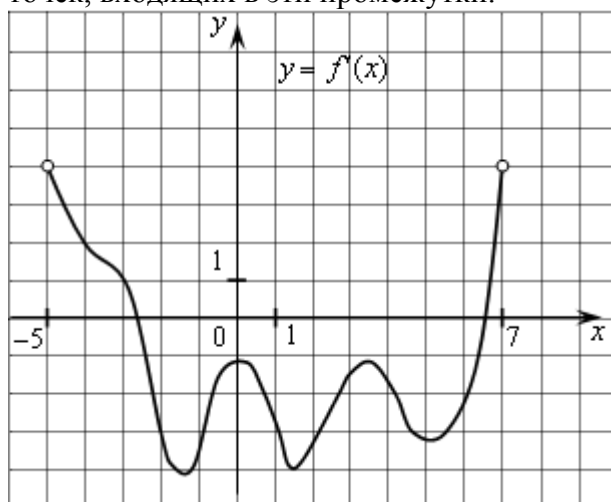
В5. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле

$L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

В6. Найдите $5 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

В7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

В8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



$$4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$$

B9. Найдите значение выражения

B10. Вычислите значение выражения $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + |x - 3,5|$, если $2,5 \leq x \leq 3,1$.

B11. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс, проведенной к графику функции $g(x) = \frac{2x+3}{2-3x}$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{1}{3}$

B12. Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 5x^2 + 7x - 5$

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания С1-С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Дано уравнение $2 \cos^2 x + 2 \sin 2x = 3$.

а) Решите данное уравнение.

б) Укажите корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

C2. В правильной четырех угольной пирамиде SABCD, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки А до плоскости SCD.

C3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{x+8} \leq \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{2x+1}$.

C4. Найти нули функции $y = 8x - x^2 - 17 - \cos \frac{\pi x}{4}$.

C5. Решите уравнение $\arcsin\left(x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \arccos\left(x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sin x.$$

C1. Дано уравнение

а) Решите уравнение;

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 - 1$$

C1. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{x+8} \leq \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{2x+1}$.

C3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \leq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4}$.

C3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x - 3} \leq 1, \\ 25x^2 - 4|8 - 5x| < 80x - 64. \end{cases}$$

C2. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , $AB=AC=5, BC=8$. Высота призмы равна 3.

Найдите угол между прямой A_1B и плоскостью BCC_1 .

C2.

Найдите значение выражения
$$\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$$
.

Найдите значение выражения
$$\frac{22}{\sin\left(-\frac{29\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)}$$
.

Найдите значение выражения
$$4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$$
.

Найдите $3^{\cos \alpha}$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$